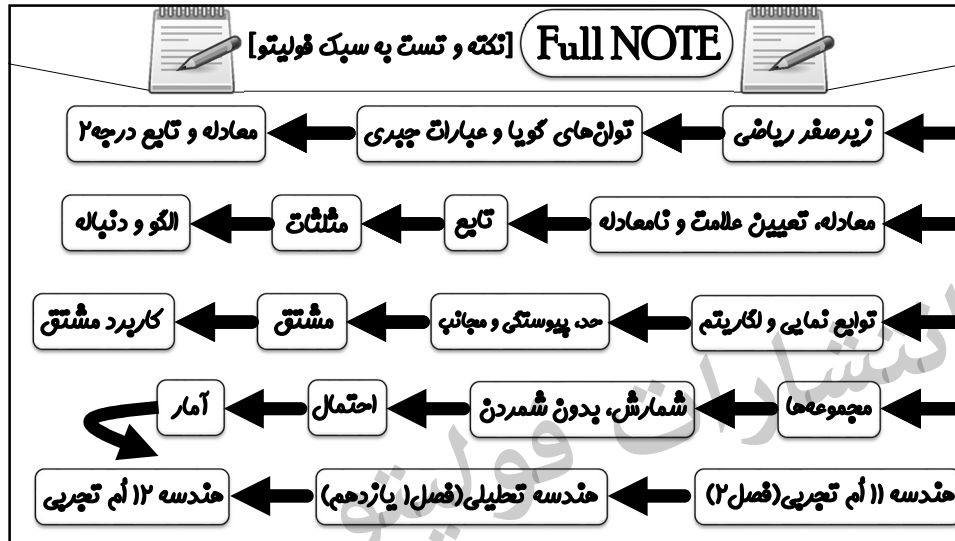


پیش نیازها: هیچ فعلی، خودش پیپه و پیش نیاز حساب میشه!

شمارش، بدون شمردن

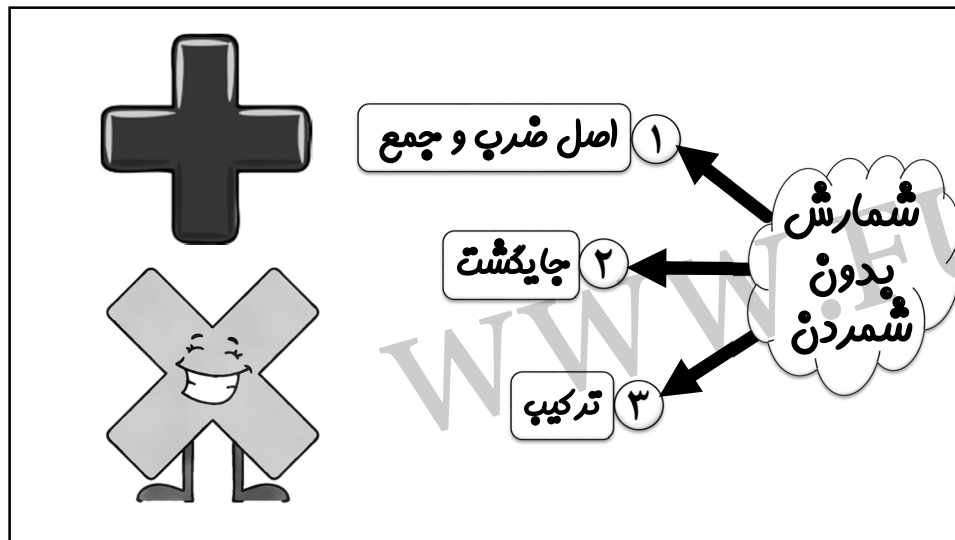
رشته ریاضی (۱ تست)
رشته تجربی (۱ تست)

بودجه بندی این فصل در کنکور؟



اصل ضرب برای شمارش تعداد حالات رفتار پذیر که پشت سرهم یا همزمان اتفاق می افتند از اصل ضرب استفاده میکنیم! کلمه «و» یک نشانه برای استفاده از این اصل است.

T در یک صفحه شطرنجی ۴×۴ که خانه های آن سیاه و سفید است، می خواهیم یک خانه سفید و یک خانه سیاه را طوری انتخاب کنیم که در یک سطر و ستون نباشند. تعداد حالت های ممکن کدام است؟ (۱) ۲۸ (۲) ۳۲ (۳) ۱۶ (۴) ۳۶



T چند عدد چهار رقمی با ارقام متمایز و فرد، بزرگ تر از ۳۰۰۰ وجود دارد؟ (کنکور ۹۰)

۷۲(۱) ۸۴(۲) ۹۶(۳) ✓ ۱۰۸(۴)

A (ممرودکننده همیشه اولین عدد سمت چپ)

سایت رسمی

محدود کننده ها در مسائل سافت اعداد یا کلمات گاهی ممرودیتی اعمال می کنند. همیشه اول تعداد حالات ممرودکننده را مشخص کنید. بعد بروید سراغ ادامه حل و برقی از ممرودکننده های معروف :

☐ عدد زوج یکنانش یک رقم زوجیه.

☐ عددی که به ۵ بخشپذیر رقم یکنانش صفر یا ۵ هست.

☐ اولین رقم سمت چپ هیچ عددی نمیتونه صفر باشه.

☐ وقتی قراره عدد جواب ما از فلان عدد بزرگتر یا کوچکتر باشه، ممرودکننده اولین رقم سمت چپه.

نکته در سوالات سافت عدد، در حالت نرمال تکرار ارقام مجاز است. مگر اینکه خود سوال به نوبی گفته باشه تکرار مجاز نیست. (مثلا سوال یکه با ارقام غیرتکراری عدد رو بسازید)

اصل جمع زمانی که چند پدیده نمیتوانند پشت سرهم یا همزمان اتفاق بیفتند، برای شمارش تعداد کل حالات، از اصل جمع استفاده میکنیم. یعنی مسئله را حالت بندی کرده و تعداد حالات را جمع می کنیم.

T به چند طریق می توان از میان ۲ کتاب انگلیسی، ۳ کتاب فرانسوی و ۴ کتاب آلمانی، دو کتاب به زبان های مختلف انتخاب کرد؟

۲۰(۱) ۲۴(۲) ۲۶(۳) ✓ ۲۸(۴)

A

روش متمم (کلک رشتی) گاهی شمارش تعداد حالات مطلوب مسئله زمان بر یا نشدنی است. تحت این شرایط برای شمردن تعداد مطلوب، تعداد نامطلوب را میشماریم و از کل کم می کنیم. خلاصه :

T چند عدد سه رقمی وجود دارد که حداقل یکی از رقم هایش بزرگ تر از ۷ باشد؟

۴۶۸(۱) ۳۴۸(۲) ۴۵۲(۳) ✓ ۴۶۰(۴)

www.fullito.com

نکته تعداد زیر مجموعه‌های یک مجموعه n عضوی که شامل k عضو مشخص و فاقد t عضو مشخص باشند می‌شود: 2^{n-k-t} (روایح تعداد حالاتی که قطعا هستند یا نیستند رو نمیشماریم) (سلب از کل)

T مجموعه $A = \{a, \{a\}, b, c\}$ چند زیرمجموعه دارد که در آنها b حتماً باشد و $\{a\}$ هم نباشد؟

A

T با استفاده از رقم های کوچک تر از ۷، چند عدد چهاررقمی زوج با ارقام متمایز می توان ساخت؟

۳۰۰ (۱) ۴۲۰ (۲) ✓ ۴۸۰ (۳) ۴۰۰ (۴)

A (وقتی صفر در روتر هل مسئله تاثیر داره...)

T شخصی می خواهد از شهر A به شهر C سفر کند و سپس بازگردد به طوری که از هیچ یک از جاده هایی که قبلاً آمده است، عبور نکند. اگر مطابق شکل همه جاده ها دو طرفه باشند، این شخص به چند طریق می تواند به شهر C برود و به شهر A برگردد؟

۱۲۰ (۱) ✓ ۲۳ (۲) ۲۹ (۳) ۳۰ (۴)

A

T شکل رو به رو نشان دهنده جاده های بین شهرهای A, B, C, D و E است. اگر همه جاده ها یک طرفه باشد، به چند طریق می توان از شهر A به شهر E رفت؟ (کتاب درسی)

۱۰ (۱) ✓ ۲۴ (۲) ۱۲ (۳) ۱۸ (۴)

A

جایگشت جایگشت n پند شی همان کل حالات قرارگیری آن اشیا کنار هم است. (جایگشت)

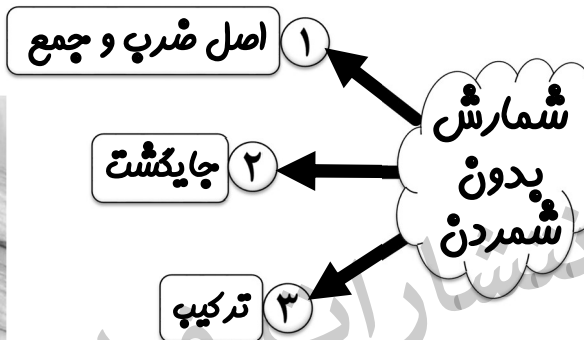
پس تعداد جایگشت n پند شی همان تعداد کل حالات قرارگیری آن اشیا کنار هم است. حالا گاهی برای مدل جایگشتی که اشیا میتوانند داشته باشند شرطی اعمال میشود که با در نظر گرفتنش، مسئله را حل می‌کنیم.

انواع جایگشت

فاکتوریل جایگشت n شی متمایز کنار هم می‌شود: $n!$

$$0! = 1! = 1 \quad 2! = 2 \times 1 \quad 3! = 3 \times 2 \times 1 = 3 \times 2! \quad 4! = 4 \times 3! = 24$$

$$5! = 5 \times 4! = 120 \quad 6! = 6 \times 5! = 720 \quad n! = n \times (n-1) \times \dots \times (n-k)!$$



تبدیل (جایگشت k تایی) تعداد جایگشت‌های k تایی از n شی متمایز $P(n, k) = \frac{n!}{(n-k)!}$

می‌شود دو مرحله: مرحله اول انتخاب k شی، مرحله دوم جایگشت این k شی. در واقع می‌شود تعداد کل انتخاب‌های k تایی از n شی به علاوه‌ی جایگشت‌های گروه‌های کوچک انتخاب شده.

T هرگاه $P(2n, 3) = 20 \cdot P(n, 2)$ باشد، مقدار n کدام است؟

۲ (۱) ۳ (۲) ✓ ۴ (۳) ۵ (۴)

A

T ۵ نفر می‌خواهند به ترتیب وارد اتاقی شوند. این کار به چند طریق ممکن است، هرگاه بخواهیم

شیما حداکثر نفر چهارم باشد؟ ۲۴ (۱) ۹۶ (۲) ✓ ۷۲ (۳) ۱۲۰ (۴)

A (متمم رو بغل کن (بناظر ویژه حرکت))

WWW.FULLITO.COM

T با حروف کلمه miracle چند کلمه ۵ حرف بی تکرار می توان نوشت که با me شروع شوند؟

۱۰(۱) ۳۰(۲) ۶۰(۳)✓ ۴۰(۴)

A (از اون ۵ حرف باقی مونده، ۳ حرف باید بنشونی و بایکشتشون رو هم حساب کنی)

T از بین تعدادی کتاب می خواهیم سه کتاب را انتخاب کرده و در قفسه ای بچینیم. اگر تعداد

حالت های مختلف برای این کار ۷۲۰ باشد، تعداد کتاب ها چندتااست؟ (کتاب درسی)

۸(۱) ۹(۲) ۱۰(۳)✓ ۱۲(۴)

A

T ارقام ۵، ۴، ۳، ۲ و ۱ را به طریقی کنار هم قرار داده ایم که همواره رقم های فرد کنار هم

باشند. تعداد ۵ رقمی های حاصل کدام است؟ ۱۲(۱) ۲۴(۲) ۳۶(۳)✓ ۴۸(۴)

A

چند شی خاص کنار هم آن هایی که باید کنار هم باشند را در یک بسته قرار می دهیم و کل

بسته را یک شی در نظر می گیریم و بایکشت کل را حساب میکنیم. در آخر اگر جای اشیای درون بسته میتوانست تغییر کند، بایکشت درون بسته را نیز در بایکشت کل تزییق (ضرب) می کنیم.

T حروف کلمه LAGRANGE را با جایگشت های مختلف کنار هم قرار می دهیم. در چند حالت،

حروف یکسان کنار هم قرار می گیرند؟ ۳۶۰(۱) ۵۴۰(۲) ۷۲۰(۳)✓ ۱۴۴۰(۴)

A

T	با حروف کلمه BAMZI چند کلمه ۵ حرفی می توان نوشت به طوری که M همیشه بعد از Z قرار بگیرد؟
	۶۰(۴✓) ۳۰(۳) ۲۰(۲) ۴۰(۱)
A	(دقت کن که در نصف کل حالات، M بعد از Z قرار میگیرد...)

T	تعداد جایگشت های حروف کلمه SYSTEM به طوری که S ها کنار هم نباشند، کدام است؟
	۱۲۰(۱) ۱۸۰(۲) ۲۴۰(۳✓) ۳۶۰(۴) (هارج ۹۲)
A	(فعل منفی دیدیم، یاد کلک رشتی میقتیم)

T	یکی در میان چیدن اشیا دو حالت کلی دارند که در دو تست زیر بررسی میکنیم :
T	هفت کتاب مختلف در قفسه ای قرار دارند که ۴ تای آن ها سبز و مابقی سفید هستند. تعداد حالت های چیدن این کتاب ها به طوری که هیچ دو کتاب هم رنگ کنار هم نباشند، کدام است؟
	۱۴۴(۱✓) ۱۲۰(۲) ۱۶۴(۳) ۱۴۰(۴)
T	با جابه جایی ارقام عدد ۵۷۶۲۲۲ چند عدد شش رقمی می توان ساخت به طوری که رقم های ۲، یک در میان قرار گیرند؟
	۲۴(۴) ۱۸(۳) ۱۲(۲✓) ۹(۱)

T	در یک شرکت که ۱۰ کارمند دارد، قرار است از بین آن ها یک رئیس، یک منشی و یک خزانه دار انتخاب شود. اگر هر کارمند حداکثر در یکی از این سمت ها بتواند باشد، به چند طریق می توان انتخاب آن ها را انجام داد؟
	۷۲۰(۱✓) ۱۲۰(۲) ۱۰۰۰(۳) ۳۶۰(۴)
A	(فهرتهای متوالی = تدریل)

ترکیب ترکیب k تایی از n شی متمایز میشود تعداد کل انتخاب‌های k تایی از آن n شی، بطوریکه ترتیب قرارگیری در آن گروه‌های کوچک انتخاب شده مهم نباشد. فرمولشو ببین

$$c(n, k) = \frac{n!}{k!(n-k)!}$$

در واقع هرچا خواستیم فقط انتخاب کنیم و ترتیب انتخاب شده‌ها مهم نبود از ترکیب استفاده می‌کنیم.

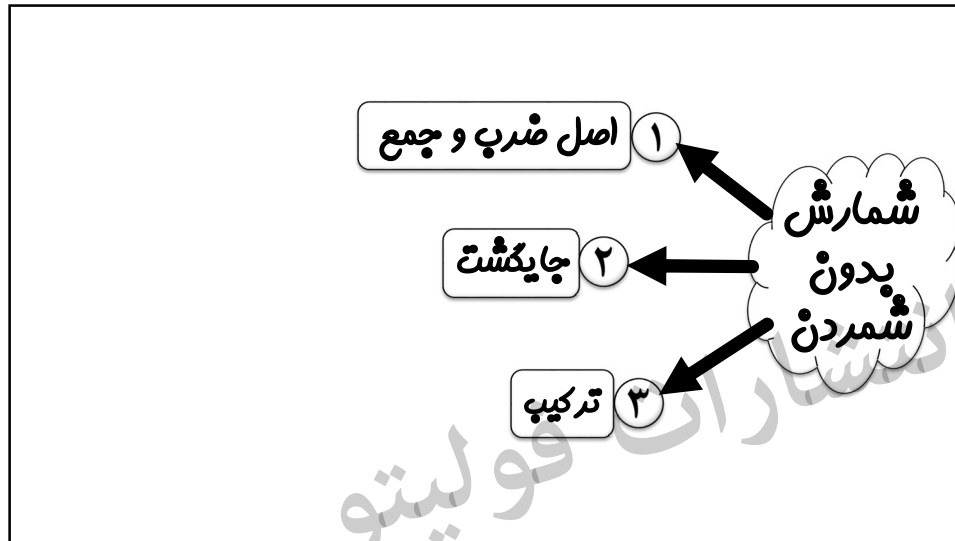
T یک آشپز ۱۰ نوع ادویه دارد. او با ترکیب هر سه تا از این ادویه‌ها، یک طعم مخصوص درست میکند. اگر بدانیم که فقط سه نوع ادویه است که هر سه با هم نمی‌توانند ترکیب شوند، تعداد طعم‌هایی که این آشپز می‌تواند درست کند چندتا است؟

۱۲۰(۱) ۱۱۹(۲)✓ ۳۶۰(۳) ۷۲۰(۴)

T از ۱۰ پرسش موجود، به چند طریق می‌توان ۸ پرسش را جهت پاسخ گویی انتخاب کرد، به شرط آن که حداکثر ۲ پرسش از ۳ پرسش اول را انتخاب کرده باشیم؟

۲۳(۱) ۲۴(۲)✓ ۲۵(۳) ۲۶(۴)

A



نکته برای مناسبه‌ی سریعتر ترکیب از فرمولای بسیارررر مهم زیر بهره ببر! در ضمن باید بدانید که

$\binom{n}{k}$ یعنی تعداد زیرمجموعه‌های k تایی یک مجموعه n عضوی.

$\binom{n}{0} = 1$ $\binom{n}{1} = n$ $\binom{n}{k} = \binom{n}{n-k}$ $\binom{n}{2} = \frac{n \times (n-1)}{2!}$ $\binom{n}{3} = \frac{n \times (n-1) \times (n-2)}{3!}$

T مجموعه $A = \{1, 2, \dots, 20\}$ چند زیرمجموعه ۴ عضوی دارد که در آن هیچ یک از اعداد اول نباشند؟

$\binom{12}{5}(4)$ $\binom{12}{9}(3)$ $\binom{12}{8}(2)$ ✓ $\binom{12}{7}(1)$

T با حروف کلمه «عاشورا» چند کلمه ۵ حرفی می توان نوشت؟			
۳۶۰(۱)✓	۷۲۰(۲)	۱۲۰(۳)	۱۸۰(۴)
A (پسته به اینکه هنرت دالف استغاده بشه مسئله رو حالت بندری میکنیم)			

T از هریک از مدارس E,D,C,B,A چهار نفر به اردوگاه دانش آموزی دعوت شده‌اند. به چند طریق می‌توان سه دانش‌آموز که دوبه‌دو غیر هم مدرسه باشند، انتخاب کرد؟ (کنکور ۹۲)			
۱۶۰(۱)	۳۲۰(۲)	۴۸۰(۳)	۶۴۰(۴)✓
A (اول تا ۳ مدرسه انتخاب کن، بعد از هر کدوم ۴ نفر رو انتخاب کن)			

T به چند طریق می توان ۴ کتاب ریاضی مختلف و ۵ کتاب فیزیکی مختلف را کنار هم قرار داد، به طوری که هیچ دو کتاب ریاضی کنار هم نباشند؟			
۴(۵!)²(۱)	۳(۴!)²(۲)	۵(۴!)²(۳)✓	۳(۵!)²(۴)
A (باید یکی درمیان بپره شن...)			

T در یک مهمانی برای شام، ۵ مدل غذای مختلف (e,d,c,b,a) تدارک دیده شده است. اگر شما به این مهمانی دعوت شده باشید، به چند طریق می توانید ۳ غذای مختلف را برای خوردن انتخاب کنید، به طوری که حداقل یکی از غذاهای a یا b را انتخاب کرده باشید؟ (کتاب درسی)			
۱۰(۱)	۱۵(۲)	۹(۳)✓	۱۲(۴)
A			

بافولیتو، فولی تو

سایت رسمی انتشارات فولیتو

www.fullito.com

T در یک آپارتمان ۱۰ خانواده زندگی می کنند. قرار است یک شورای ۴ نفره از اعضای این خانواده ها تشکیل شود. از هر خانواده فقط زن یا شوهر می تواند عضو این شورا شود. به چند طریق ممکن است شورای ۴ نفره تشکیل شود؟

$$\binom{10}{4} \times 2^4 (4) \quad \binom{10}{4} \times 2^3 (3) \quad \binom{10}{4} \times 2^2 (2) \quad \binom{10}{4} (1)$$

A

T سکه ای را آن قدر پرتاب می کنیم تا برای سومین بار رو بیاید. تعداد حالت هایی که در ۱۰ پرتاب یک سکه به این نتیجه برسیم، کدام است؟

$$16(1) \quad 24(2) \quad 36(3) \quad 120(4)$$

A (یعنی اینکه تو ۹ پرتاب قبلی، ۲۲ بار رو اومده باشه)

T از میان ۵ جفت کفش، ۴ لنگه به تصادف انتخاب می کنیم. تعداد حالت های ممکن برای این که دقیقاً یک جفت کفش در میان لنگه های انتخاب شده باشد، چقدر است؟

$$80(1) \quad 120(2) \quad 90(3) \quad 180(4)$$

A

ریاضیت با من

به قلم و روش بهنام سرهنگی

بافولیتو، فولی تو (کلیه حقوق مادی و معنوی این اثر برای سایت رسمی انتشارات فولیتو محفوظ است) www.fullito.com